



TITLE:

対流モードとゴールドストーン・モードの結合系におけるパターン形成 (反応拡散系: 生物・化学における現象とモデル)

AUTHOR(S):

日高, 芳樹

CITATION:

日高, 芳樹. 対流モードとゴールドストーン・モードの結合系におけるパターン形成 (反応拡散系: 生物・化学における現象とモデル). 数理解析研究所講究録 2000, 1167: 69-72

ISSUE DATE:

2000-08

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/64366>

RIGHT:

対流モードとゴールドストーン・モードの結合系におけるパターン形成

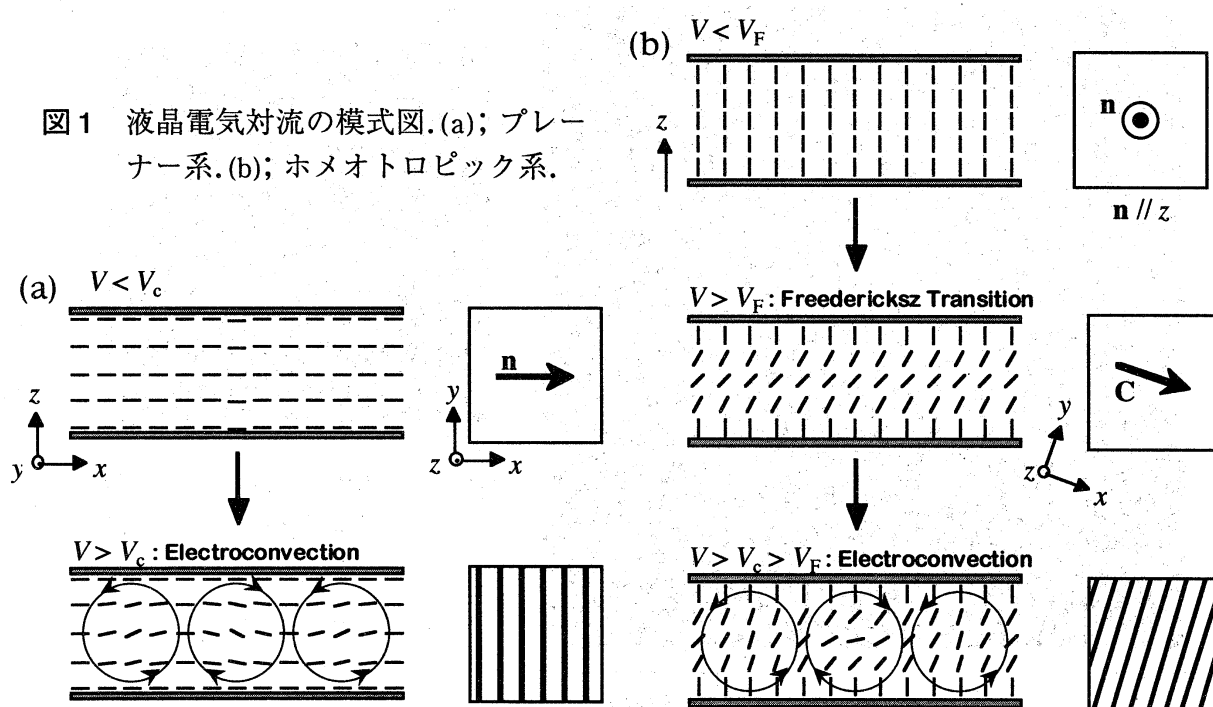
九州大学工学研究院 日高芳樹

1. はじめに

流体を下から熱したときに起こる Rayleigh-Bénard (RB) 対流は、非平衡開放系における散逸構造の代表例として多くの研究が行われているが、ネマチック液晶に電場を印加することによっても対流（電気対流；Electroconvection）が発生することが知られている。ネマチック液晶は棒状の有機分子からなり、棒状分子の配向が一方向に揃い、かつ液体のような流動性をもつ異方性流体としてふるまう。通常その分子の配向方向は「ディレクタ」と呼ばれる単位ベクトル \mathbf{n} によって表すが、液晶では \mathbf{n} に垂直な方向と平行な方向で誘電率や磁化率など多くの物性値が異なる。また、液晶は本来誘電体であるが、不純物によるイオン伝導を示し、その導電率も異方性を示す。電気対流はこれら異方性や導電性によって生じる。生じた対流構造は、ネマチック液晶の屈折率の異方性により、光学顕微鏡下のパターンとして容易に観察することができる [1]。

ネマチック液晶の電気対流は、通常 $50\mu\text{m}$ 程度の間隔の 2 枚のガラス板（通常 $1\times 1\text{cm}^2$ 程度）の間に挟んで光学顕微鏡で観察するが、ガラスに表面処理を施すことにより、液晶分子を望んだ方向に配向させることができる。 \mathbf{n} が電極面に平行で、なおかつ全系に渡って一様な方向に配向した系をプレーナー系と呼ぶが、電気対流の対流ロール軸は常に \mathbf{n} に垂直になるので、この系では波数ベクトルが一様に揃った対流パターンを観察することができる（図 1(a)）。一方、 \mathbf{n} が電極面に垂直な系をホメオトロピク

図 1 液晶電気対流の模式図。(a); プレーナー系。(b); ホメオトロピック系。



ピック系と呼び (図1(b)), この系は, 後で見るように系の対称性とパターン・ダイナミクスの関係の観点から大変興味深く, 近年大きな注目を浴びている.

プレーナー系では波数ベクトルが全系で揃った静止安定なパターンが観察されるのに対し, ホメオトロピック系では対流発生点で複雑に乱れたパターンが現れる. 当初は, この複雑さの背景にある物理が正当に評価されず, 系統的な研究が行われてこなかった. ところが, 90年代後半に入って, その複雑さが系の本質的な性質によって生み出されており, 非線形物理学において重要な問題を提起していることがわかってきた [2-9].

2. ホメオトロピック系におけるソフトモード乱流

その複雑さが現れる機構は次の通りである. 負の誘電異方性をもつネマチック液晶のホメオトロピック系では, その初期配向自体が電場に対して不安定になり, まず初めにあるしきい電圧 V_F で分子が一定角度傾く Fréedericksz 転移が発生する (図1(b)). ホメオトロピック系では, 電場印加方向を z とすると x - y 平面内では等方的, すなわち連続並進対称性だけでなく連続回転対称性も有し, このうち連続回転対称性がこの Fréedericksz 転移によって自発的に破れる (図1(b)). つまり, 十分にゆっくりと電圧を上げて行って V_F を越えるようにすると, 傾いたディレクタ \mathbf{n} の x - y 平面への射影 \mathbf{C} は, すべて任意の一方向に揃う. \mathbf{C} の揃った方向は任意に選ばれたものだから, \mathbf{C} は自由に回転することができる. ただし, 各点の \mathbf{C} -ディレクタの間には弾性的相互作用が働くため, すべての \mathbf{C} -ディレクタが一斉に回転するときのみ回転揺らぎは緩和

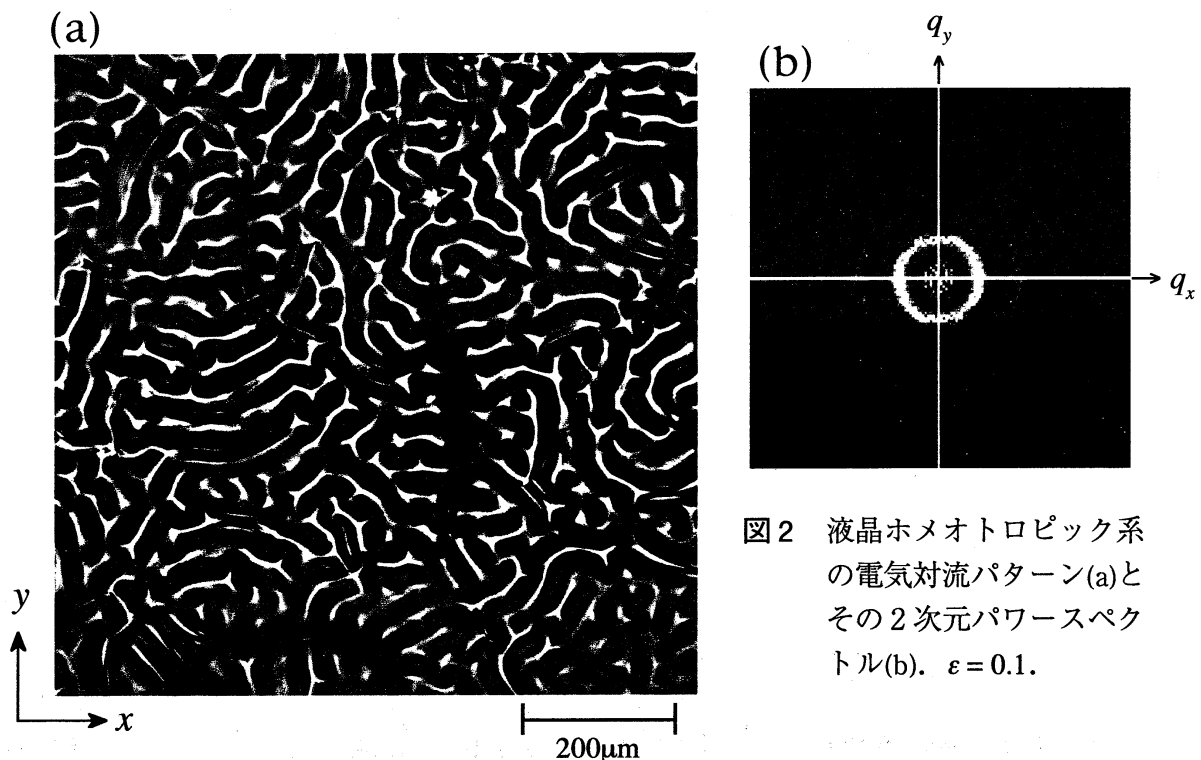


図2 液晶ホメオトロピック系の電気対流パターン(a)とその2次元パワースペクトル(b). $\varepsilon = 0.1$.

しない。この波数ゼロで緩和時間無限大の回転モードは、連続回転対称性の自発的破れに伴う Goldstone モードである。

さらに電圧を上げて行くとプレーナー系と同様に電気対流が発生する。ホメオトロピック系では周期パターンの波数ベクトルの向きは、C-ディレクタによって決まる。このときプレーナー系では波数ベクトルと位相

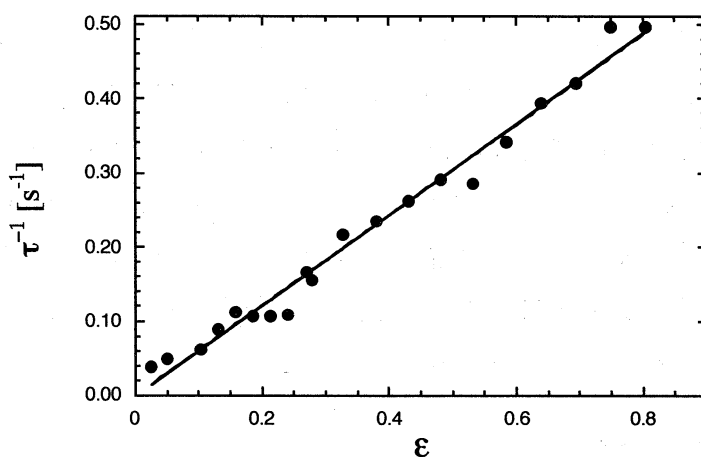


図3 液晶ホメオトロピック系の時空カオスのゆらぎの相関時間の逆数 τ_c^{-1} 。

が完全に揃った周期パターンを形成したが、ホメオトロピック系では揃っていた波数ベクトルの方向が時間とともに空間的にバラバラになっていく（図2(a)）。波数ベクトルが空間的に等方的（図2(b)）になっても時空間的に揺らぎ続け、いわゆる時空カオス状態となる。この時空カオスの揺らぎによって、空間の任意の点でのパターンの明暗の変化に対する時間相関はある緩和時間で失われていく。その時の緩和時間の逆数はカオスの強度に相当する。図3は、緩和時間の逆数 τ_c^{-1} を規格化電圧 $\epsilon = (V^2 - V_c^2) / V_c^2$ に対してプロットしたものである。この結果から $\epsilon = 0$ すなわち対流発生と同時に、時空カオスが超臨界的（2次相転移的）に発生していること、また ϵ を下げていくと一種のソフト化が起こっていることが観測されることから、この状態を「ソフトモード乱流」と名付けた [6-9]。この新しい時空カオスの発見により、ホメオトロピック系の電気対流は、液晶物理の問題の一つにとどまらず、非線形物理学を始めとして幅広い興味を集めるようになった。

3. ディレクタ回転モードとパターン形成

このようにソフトモード乱流は、長波長のディレクタ回転モードと短波長の対流モードの非線形結合によって発生する。それまでの液晶対流系の研究では、液晶の異方性のみが注目されていたが、この新しいタイプのロールや時空カオスの発見により、ディレクタ回転モードの役割が注目を浴び始めた。ソフトモード乱流のような新しい現象の発見とともに、欠陥乱流やシェブロン・パターン [10,11] のような古くから知られているにも関わらず不明な点も多かった問題が、ディレクタ回転モードを考慮することにより再び見直されている。

4. 等方性流体のソフトモード乱流

対流モードと Goldstone モードの非線形結合による時空カオスの発生は、液晶電気対流に限らない普遍的な現象である [12]。液晶系ではディレクタの角運動量保存則に

基づく Goldstone モードをもつものに対し，等方性流体系では系が水平方向に無限に広がっていて，なおかつ上下平板が自由境界になっている場合は，水平面内流速成分の運動量保存則（Navier-Stokes 方程式が Galilei 不変であることに由来する）に基づく Goldstone モードをもつ．このような水平面内流を平均流と呼ぶ [13]．したがって，この平均流モードと液晶系のディレクタ回転モードが，パターン・ダイナミクスに関して同じ役割を果たすため，平均流効果が充分にはたらく等方性流体の対流系であればソフトモード乱流が起こる [14]．

[参考文献]

- [1] 甲斐昌一：パターン形成（蔵本由紀，川崎恭治，山田道夫，甲斐昌一，篠本滋 著），80（1991），朝倉書店．
- [2] K. Kramer, A. Hertrich and W. Pesch : *Pattern Formation in Complex Dissipative Systems* (ed. S. Kai), 238 (1992), World Scientific.
- [3] H. Richter, A. Buka and I. Rehberg : *Phys. Rev. E*, **51**, 5886 (1995).
- [4] A. G. Rossberg, A. Hertrich, L. Kramer and W. Pesch : *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 4729 (1996).
- [5] A. G. Rossberg and L. Kramer : *Physica Scripta*, **T67**, 121 (1996).
- [6] S. Kai, K. Hayashi and Y. Hidaka : *J. Phys. Chem.*, **100**, 19007 (1996).
- [7] Y. Hidaka, J.-H. Huh, K. Hayashi, S. Kai and M. I. Tribelsky : *Phys. Rev. E*, **56**, R6256 (1997).
- [8] Y. Hidaka, J.-H. Huh, K. Hayashi, M. I. Tribelsky and S. Kai : *J. Phys. Soc. Jpn.*, **66**, 3329 (1997).
- [9] 日高芳樹，甲斐昌一：数理科学，**36**，15（1998）．
- [10] A. G. Rossberg and L. Kramer : *Physica D*, **115**, 19 (1998).
- [11] J.-H. Huh, Y. Hidaka, A. G. Rossberg and S. Kai : *Phys. Rev. E*, **61**, 2769 (2000).
- [12] M. I. Tribelsky and K. Tsuboi : *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 1631 (1996).
- [13] E. D. Siggia and A. Zippelius : *Phys. Rev. Lett.*, **47**, 835 (1981).
- [14] H. Xi, X. Li and J. D. Gunton : *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 1046 (1997).